2008 г. Ю.В. Гончарова

КЛАССИЧЕСКАЯ РАЦИОНАЛЬНОСТЬ: АНТИЧНАЯ МАТЕМАТИКА

Актуальность проблемы рациональности связана с ростом роли науки во всех отраслях человеческой деятельности, с одной стороны, и со столь же глобальными деструктивными последствиями абсолютизации этой роли – с другой. Как способность мышления работать с идеальными объектами, а слова - отражать мир посредством понятий, классическая рациональность зародилась в античности. Одним из источников её формирования явилась математика как самостоятельная наука с присущими ей методами нахождения и установления истины, конструирования новых объектов и образования новых понятий.

Актуальность проблемы рациональности и ее границ в настоящее время связана с глобальными кризисами, в первую очередь, экологическим, которые ставят под вопрос не только дальнейшее развитие науки и техники, но и само существование индустриальной цивилизации. Необходим пересмотр ранее незыблемых взглядов, например, предложенной Кантом схемы взаимоотношений человека и окружающего мира, в которой разум-судья заставляет природу-свидетеля отвечать на предлагаемые им вопросы [1].

Некоторые современные исследователи продолжают эту традицию: перед учеными «ставится задача научиться управлять физической реальностью, вынуждать ее действовать в рамках «сценария» как можно ближе к теоретическому описанию», а природу, как на судебном заседании, подвергать «с помощью экспериментирования перекрестному допросу именем априорных принципов» [1, с. 232]. Очевидна гибельность такого подхода для цивилизации и человечества в целом, необходимость характерного для античного мировоззрения гармоничного «вписывания» человека в окружающий мир. Для поиска путей дальнейшего развития современной, рациональной по сути своей цивилизации, необходимо изучение истоков рациональности, которая, как способность мышления работать с идеальными объектами, а слова - отражать мир посредством понятий, зародилась в античности под воздействием целого ряда социальных, культурных, экономических, религиозных и историко-географических факторов.

Автор данной статьи ставит своей целью показать существенность роли античной математики в этом процессе, ведь именно в системе математического методологического сознания зарождаются схемы мышления, становящиеся исходным импульсом развития рациональности [2]. Теоретическая задача состоит в выявлении элементов рациональности в контексте математических знаний.

Философия древних греков на начальных этапах своего развития составляла единую систему в совокупности с научным, в особенности математическим знанием. Лишь с V в. до н.э. можно говорить о двух направлениях философско-теоретической мысли – обоснование науки и разработка, а также логическое уяснение её понятий и методов (Зенон, Демокрит, Платон, Аристотель, Теофраст и другие), с одной стороны, и практическое направление (Архит Терентский, Евдокс Книдский, Менехм, Теэтет) – с другой. Но и эта дифференциация достаточно условна, так как представители второго направления также уделяли внимание вопросам обоснования науки и логической четкости математических построений.

В отличие от египтян и вавилонян греки впервые четко разграничили логистику, как искусство вычисления, и теоретическую математику. Именно факт такой дифференциации положил начало длительному процессу становления математики как систематической теории.

Античная математика, как и античная философия, возникли в ионийской натурфилософской школе (конец VI-V в. до н.э.). Фалес Милетский пытался найти единое начало многообразия природы, закономерность в кажущемся хаосе явлений. За первооснову всего сущего он принимал воду, исключительное значение которой для поддержания жизни очевидно. Фалес считал мир вечным, закономерно изменяющимся. Пытаясь дать всему разумные, логические объяснения, найти единство в бесконечном многообразии явлений, Фалес и к математике подходил с требованиями доказанности и универсальности. Нет никаких свидетельств о том, что кто-либо до него осознал, подверг систематическому анализу принцип математического доказательства и увидел проблему в доказательстве универсальности [3]. Он открыл этот принцип в метаплоскости математического мышления и применил его к большому количеству геометрических задач.

Как в области философии Фалес был первым, кто использовал модельные представления на основе сравнения и аналогии (Земля – плоский диск, плавающий в воде подобно дереву), так и в области математики ему приписывают измерение высоты пирамид на основании использования умозаключения по аналогии (подобие треугольников) и исследования путем моделирования [3]. Прокл утверждает, что Фалес доказал теорему о делении круга диаметром пополам, а также сформулировал предложения о равенстве углов при основании равнобедренного треугольника, теорему о равенстве двух треугольников, имеющих равными сторону и два угла, теорему о равенстве вертикальных углов, не дав при этом никакого научного доказательства.

Писательница эпохи Нерона Памфилия полагает, что Фалес первым описал круг около прямоугольного треугольника, и что, вероятно, ему принадлежит утверждение, что вписанный в полукруг угол, построенный на диаметре, прямой [4]. Ф. Кликс полагает, что Фалесом доказаны также теоремы о равенстве углов у основания равнобедренного треугольника и о равенстве вертикальных углов [3]. Историк греческой математики Хизс утверждает, что Фалес не мог привести доказательства теоремы о делении диаметром круга пополам, так как это предложение приводится без доказательства даже у Евклида. Полагают, что Евдем, из «Истории математики» которого заимствует Прокл, ошибочно приписал открытиям Фалеса то оформление, которое требовалось в математике его времени (около 330-300 г. до н.э.). При этом утверждается, что структура современной Фалесу математики не требовала настолько строгой логики для доказательства очевидных вещей. На это Б.Л. Ван дер Варден выдвигает два контраргумента.

Во-первых, Евдем был знаком не только с результатами, но и с внешней формой математики Фалеса. Он четко знал, какие положения были доказаны, а какие – нет. Например, он утверждал, что предложение о равенстве вертикальных углов дается без доказательства. Евдем указывал, что логика геометрии Фалеса так же строга, как и у математиков IV века. Таким образом, сообщения Прокла заимствованы из лучшего источника. Во-вторых, вся критика предположений Евдема – Прокла основывается на том, что до Фалеса не было математики. Поэтому он должен был свои положения получить сначала эмпирически. Но математика возникла по меньшей мере за 1200 лет до Фалеса. «Азбучные истины» были известны математикам Египта и Вавилона и раньше, проблема состояла в их логическом обосновании и систематизации. Таким образом, именно Фалесом греческой математике придана была совершенно новая особенность, заключающаяся в постепенном переходе от одного предложения к другому при помощи доказательств [4]. «Оригинальность греков, – по Н. Бурбаки, –заключается именно в их сознательных попытках расположить цепь математических доказательств в такую последовательность, чтобы переход от одного звена к следующему не оставлял бы места сомнению и завоевал всеобщее признание» [5, с. 10].

Автор согласен с концепцией Б.Л. Ван дер Вардена и считает, что несмотря на отчасти наглядно-эмпирический характер доказательств и во многом прикладной характер решаемых задач, в силу логичности построения геометрии и введения в нее доказательств, именно Фалес Милетский стоял у истоков зарождения дедуктивной геометрии. В.В.Целищев отмечает, что «даже механическая деятельность при математическом доказательстве требует понимания сути основных производимых при этом операций. В этом смысле математическое доказательство есть рациональная деятельность…» [6, с. 58].

Многие философы милетской школы занимались математикой, но о научной деятельности большинства из них сохранились крайне скудные сведения. Родственник и ученик Фалеса Анаксимандр, автор «Сочинения о природе», в качестве первоосновы всего существующего представлял «апейрон» – «беспредельное» – бескачественную, неограниченную в пространстве и времени, вечно движущуюся и изменяющуюся материю, выделяющую и вновь поглощающую противоположности. Он первым высказал предположение о бесконечности миров в бесконечной вселенной и о естественном происхождении человека, тем самым выдвигая на первый план идею объективной закономерности, давшую «значительный стимул для развития науки о количественных взаимоотношениях и пространственных формах действительности» [7, с. 81]. Анаксимандру также приписывают авторство сочинения по элементарной геометрии.

Однако в «жизни раннего философского сознания доминировали схемы космологического конструирования, в слабой степени опиравшиеся на механизмы доказательных рассуждений, и сама идея познания выступала еще как интуитивная» [2, с. 42]. Раннее философское мышление отличалось метафоричностью и связью с чувственными образами (у Фалеса мир полон богов, демонов и душ; земля – диск, плавающий в воде подобно дереву), натурфилософ может скорее показать, чем доказать (первооснова всего сущего – вода, так как многие живые существа не могут без нее жить). Так и в области математики в доказательствах Фалеса присутствует наглядный элемент (перегибание, поворот чертежа на 180°).

Переход от метафорического, связанного с чувственными образами знания натурфилософов к знанию, оперирующему понятиями, происходит постепенно. Одним из этапов этого процесса явилось пифагорейское учение, в котором зародилось новое понимание смысла и цели математического знания.

Математика развивалась в тесной связи и взаимовлиянии с античной философией. П.П. Гайденко подчеркивает, что «перемещение математических исследований из сферы практически – прикладной в сферу философско-теоретическую, еще не отделившуюся от религиозно-мистического восприятия мира, послужило тем историческим фактором, благодаря которому математика превратилась в теоретическую науку» [8, с. 26]. В свою очередь, арифметика и геометрия стали, по выражению Диогена Лаэрция, «двумя рукоятками» древнегреческой философии.

П.П. Гайденко относит начало становления математики как науки к исследованиям ранних пифагорейцев конца VI в. до н.э., которые первыми пришли к мысли о том, что «книга природы написана на языке математики», сформулированной Галилеем через две тысячи лет [9]. Представители этой школы пытались объяснить природу всего сущего при помощи чисел и числовых отношений, превратив число из средства в предмет и цель исследования. Выделив число как отражение некоторой сущностной основы вещей, пифагорейцы увидели возможность постигать первопричины, свойства и взаимосвязи окружающего мира при помощи человеческого разума, путем логических умозаключений. Числовые отношения выражают сущность природы, и в этом смысле «все есть число».

Прокл утверждает, что Пифагор «преобразовал математику в форму свободного умственного развития», освободив ее от практических приложений, изучал геометрию «исходя от первых ее оснований, и старался получать теоремы при помощи чисто логического мышления, вне конкретных представлений» [4, с. 125]. Именно Пифагор впервые употребил термин «философ», то есть почитатель божественной мудрости. Сложность определения авторства того или иного открытия состоит в скудости дошедших до нас источников, в традиции представителей школы приписывать свои достижения Пифагору и в том, что знания не должны были разглашаться. В научной литературе существуют различные мнения по поводу роли ранних пифагорейцев (VI – первая половина V в. до н.э.) в становлении теоретической математики. Так, немецкий философ В. Виндельбанд, исходя из недостаточности достоверных сведений об этом периоде, утверждал, что изучение теории пифагорейцев следует начинать с работ Филолая. Согласно В. Дерингу, в раннем пифагорейском союзе не велись математические исследования, в центре внимания находились нравственно – религиозные изыскания. Научные интересы возникли лишь с ослаблением мистической стороны пифагореизма.

Позднее этой же точки зрения придерживался и Э. Франк. В своей работе «Платон и так называемые пифагорейцы» он утверждает, что Пифагору приписывается многое из того, что открыто «кружком Архита» [8, с. 22-24]. Другие исследователи не склонны столь резко разделять ранний и поздний пифагореизм. С точки зрения А.Ф. Лосева, несмотря на то, что вначале пифагорейство имело практически-мистический характер, и только впоследствии получило теоретическое, математическое и музыкальное обоснование, «уже с самого начала эта мистика должна была иметь внутреннее отношение к числовой гармонии, провозвестниками которой пифагорейцы были всегда» [8, с. 24]. У.К. Гатри в «Истории греческой философии» утверждает, что невозможно разделить религиозно-мистическую и философскую стороны целостного пифагорейского учения. К. де Фогель в работе «Пифагор и ранний пифагореизм» доказывает, что научным исследованиям уделялось большое значение уже во времена Пифагора. Этой же точки зрения придерживается и Г. Юнге, утверждая, что иррациональность была открыта в ходе исследования пентаграммы [8].

Автору данной статьи наиболее близка в этом вопросе позиция П.П. Гайденко, считающей неправомерным отрицать роль ранних пифагорейцев в развитии математики не только потому, что согласно большей части свидетельств, принцип «все есть число» разделялся и ранними и более поздними представителями пифагорейской школы. С самого начала существования школы математике и числу был придан небывалый нравственно-религиозный ореол, что способствовало превращению математики в научную систему [8]. Ранние пифагорейцы внесли в математику понятия предела (нечетные), беспредельного (четные), их противоположности и единства (монада, декада). Мир (нечто завершенное, замкнутое, предельное) вдыхает в себя окружающую пустоту (аморфное, неопределенное, беспредельное), в результате чего в нем возникает множественность вещей, т.е. мир, как и число, возникает из соединения предельного и беспредельного. Поэтому связи между числами, числовые пропорции являются основой всех природных явлений и процессов, по Аристотелю «элементы чисел они предположили элементами всех вещей и всю вселенную признали гармонией и числом» [8, с. 37].

Размышления пифагорейцев о числовой структуре мироздания имели в своей основе метод аналогий (числовые соответствия – космическая гармония; ноль – единое начало в непроявленном состоянии, единица – проявленный полюс абсолюта, двойка – разделение реальности на материю и дух), выступающий и ныне как рациональное средство познания. По свидетельству Ямвлиха, уже ранние пифагорейцы (Тимарид) занимались решением систем уравнений более чем с одним неизвестным [4, с. 163]. Филолай большое внимание уделял представлениям о точке, линии, плоскости, плоской и трехмерной фигуре. Пифагорейцы показали, как заполнить плоскость системой правильных многоугольников (треугольников, квадратов, шестиугольников), а пространство – системой кубов. Подразделяя числа на четные и нечетные, простые и сложные, они на множестве положительных целых чисел создали первую теорию чисел.

С точки зрения Б.Л. Ван дер Вардена, VII книга «Начал» Евклида представляет собой элементарный учебник теории чисел, употреблявшийся в пифагорейской школе. В силу его строгой логической структуры и совершенства, Евклид не стал ничего в нем изменять [4]. Изучая числовые пропорции (соразмерности) и называя их гармониями, пифагорейцы ввели понятие гармонии в математику. Вся их философия и математика проникнуты духом гармонии, так как пифагорейцы находили ее в самых различных процессах (музыка, арифметика, геометрия, астрономия). Филолай в своем сочинении «О природе», утверждает, что гармония (число) объединяет предел и беспредельное – два начала, из которых образовался космос. Размышляя уже в V в. до н. э. о возможности познания, представители школы пришли к выводу, что точное познание возможно лишь на основе математики, ибо, по Филолаю, «природа числа есть то, что дает познание» [8, с. 38]. То, сущностью чего не является число, является беспредельным, непознаваемым.

Важную роль в осознании значимости математического знания сыграло обнаружение связи числовых соотношений с музыкальной гармонией, подтверждавшей знаменитую фразу пифагорейцев: «Все есть число». В. Гейзенберг писал в этой связи: «Данное открытие представляет собой один из сильнейших импульсов для развития науки вообще, ибо кто хотя бы один раз убедился в творческой силе математических построений, тот будет замечать их действие на каждом шагу как в области природы, так и в области искусства» [8, с. 39]. Пифагорейцам были известны арифметическая, геометрическая и гармоническая средняя. Представители школы работали с арифметическими и геометрическими рядами, пользовались формулами суммирования ряда. Древние историки Плутарх, Диоген Лаэрций и Прокл приписывают Пифагору доказательство одноименной теоремы, правило для нахождения целочисленных решений неопределенного уравнения $\mathbf{y^2+x^2=z^2}$ [4].

Согласно Евдему, пифагорейцы доказали теорему о сумме внутренних углов треугольника. Каталог Прокла приписывает Пифагору построение правильных многогранников – куба, тетраэдра и додекаэдра. Ученик Пифагора Гиппас описал шар вокруг додекаэдра, в музыке разработал учение о гармонической средней. За нарушение тайны он был изгнан, а его последователи назвали себя «математиками» в противоположность «акузматикам», строго придерживавшимся пифагорейских правил и священных изречений. По мнению Л.Б. Ван дер Вардена, «пифагорейцы, в сущности, знали принцип полной индукции…» [4, с. 176]. В рамках пифагорейской школы была открыта иррациональность.

При доказательстве несоизмеримости стороны и диагонали квадрата был использован принцип доказательства «от противного», который в дальнейшем часто использовал Платон (доведение до абсурда). Открытие несоизмеримости показало необходимость не только новых методов работы с величинами, но и осознания самого понятия величины. В несоизмеримости отражается противоположность познаваемой рационально непрерывной величины и познаваемого чувственно-наглядно дискретного числа. Попытки преодолеть кризис, связанный с открытием иррациональности, привели к геометризации математики. Возникает геометрическая алгебра, применяемая пифагорейцами к задачам из теории чисел. Изменяется онтологический статус чисел – теперь они являются не только абстрактными величинами, но и геометрическими точками, телесными неделимыми единицами с определенным положением в пространстве, из которых составлены тела.

Таким образом, в отличие от милетян, искавших универсальную мировую взаимосвязь в материальной чувственной вещи, пифагорейцы, видя в вещах некоторую связанную с понятием числа сущностную основу, обнаруживали эту взаимосвязь в абстрактных отношениях вещей, связывая их с числовыми отношениями. Принцип измеримости бытия, открытый пифагорейцами, явился первой попыткой разработки идеи познаваемости бытия и идеи возможности ведущего к истине строгого последовательного рассуждения.

Более явно проблему континуума, уже намеченную пифагорейцами, перед философами и математиками поставили представители другой италийской школы – элеаты, первыми задавшиеся вопросом о соотношении мышления и бытия, о том, как можно мыслить бытие. С точки зрения Парменида сознание тождественно бытию, при этом бытие едино и вечно, а, следовательно, не имеет начала, неуничтожимо и бесконечно. Оно однородно, неделимо, неизменно и неподвижно. Парменид впервые противопоставляет познаваемый мир бытия и непознаваемый чувственный мир. Далее эту концепцию развил его ученик Зенон Элейский.

Зенон, по праву считающийся родоначальником диалектики, в своих апориях выявил действительные противоречия, связанные с пространством и временем, конечным и бесконечным, дискретностью и непрерывностью, многим и единым, покоем и движением. Апория «Дихотомия» опровергает допущение о неограниченной делимости непрерывных величин, «Ахиллес» - допущение о непрерывных величинах, построенных из неделимых элементов. Эти допущения соответствовали двум противоположным взглядам на пространство: атомистическому, согласно которому пространство сводится к отдельным точкам (у пифагорейцев) и взгляду, допускающему неограниченную делимость пространства. Отличие второй апории от первой состоит в том, что в ней движутся не одно, а два тела, т.е. речь идет о невозможности не только абсолютного, но и относительного движения. В таком же отношении друг к другу находятся третья («Стрела») и четвертая (Стадион») апории [7].

Апории показали необходимость рефлексивного оперирования математическими понятиями. С математической точки зрения логическое затруднение состоит в том, что сумма бесконечного множества слагаемых конечна. Рассуждения Зенона связаны с нахождением суммы бесконечной геометрической прогрессии, что свидетельствует о высоком уровне развития античной математики в середине пятого века до нашей эры. Представляется важным, что Зенон при рассмотрении движения считает обязательным соотнесение пространственной и временной координат, что дает логические предпосылки для прояснения понятия движения. П.П. Гайденко приводит высказывание В. Лейнфельнера, что апория «Стадион» является «зародышевой формой релятивистского понимания времени» [8, с. 62]. Д.Я. Стройк видит в апориях проблемы, связанные с потенциальной и актуальной бесконечностями [8].

В школе элеатов впервые предметом логического мышления становится проблема бесконечности. Был поднят вопрос о том, как следует мыслить пространство и время – неограниченно делимыми или состоящими из неделимых далее малых конечных элементов. Зенон подготовил почву для выработки понятий континуума и движения. Попытки разрешить указанные им противоречия привели к созданию новых научных программ – программы Демокрита, усовершенствованной пифагорейской и аристотелевской.

Если до элеатов был открыт лишь чувственный разум, то они открыли рациональное мышление как таковое. Они первыми последовательно проводили мысль о том, что чувственное знание недостоверно, а истинное знание может быть получено с помощью разума. Отсюда совершенно естественно вытекал отказ от эмпирической и наглядной очевидности в доказательствах.

Зенон положил начало направлению греческой математики, избегавшему действий с бесконечными совокупностями, бесконечно большими и бесконечно малыми величинами, которое развивалось в борьбе с линией атомистической школы, возглавлявшейся Демокритом. По его представлениям вечная несотворимая и неуничтожимая материя состоит из неизменных, неделимых, различных по форме твердых атомов в их различных сочетаниях. Наряду с материей существует абсолютно пустое пространство, существование которого и обеспечивает возможность самодвижения атомов. Демокрит приобрел известность также как геометр и гордился умением «построения линий с доказательствами» [4, с. 49]. Ссылаясь на Архимеда, Б.Л. Ван дер Варден, утверждает, что Демокрит нашел формулу объема пирамиды и конуса, а также был автором целого ряда математических трудов по геометрии, о числах, об иррациональных отрезках, об изображении поверхности шара на плоскости, дал первый очерк теории перспективы [4]. В них он, по свидетельству Аристотеля, исходит из того, что точки – атомы пространства с конечным объемом и что в каждом отрезке содержится конечное, но «сверхчувственно большое» число точек. Это положение тесно связано с представлениями пифагорейцев и Зенона. Геометрические тела, по Демокриту, состоят из параллельных пластинок толщиной в один атом, что предвосхитило метод неделимых и «принцип Кавальери». Эти представления дали возможность найти площади и объемы многих фигур. Работы Демокрита, наряду с другими, подготовили почву для создания «Начал».

Для оценки уровня развития математики во второй половине V в. показательны достижения Гиппократа Хиосского, занимавшегося удвоением куба, вычислением площади и квадратурой круга (квадратура луночек). Он доказал, что площади кругов пропорциональны квадратам, построенным на их диаметрах. Гиппократ свел «делийскую проблему», т.е. задачу удвоения куба к двойной геометрической пропорции. Б.Л. Ван дер Варден утверждает, что он владел значительным числом предложений элементарной геометрии, знал о соотношении между вписанными углами и дугами, строил правильные шестиугольники, мог описать круг около треугольника и равнобедренной трапеции, был хорошо знаком с понятием подобия, знал, что площади подобных фигур относятся, как квадраты соответственных линий. Ему была известна теорема Пифагора для прямоугольного треугольника и ее обобщения для тупоугольного и остроугольного треугольников. Он мог также квадрировать произвольную прямолинейную фигуру. Его труды характеризуются превосходной техникой ведения доказательства и высокими требованиями строгости. Благодаря точности, с которой Гиппократ доказывал неравенства, в начале IV в. оценки Евдокса Книдского при доказательстве того, что разность между вписанным или описанным многоугольником и кругом может быть сделана сколь угодно малой, стоят на одном уровне с оценками остаточных членов. По Проклу, он был первым, кто составил «Начала», т.е. предпринял попытку систематизации математических знаний. Основные положения этого сочинения вошли в первые четыре книги Евклида [4].

Математическими терминами оперировали и софисты. Например, Протагор утверждал, что так как в природе нет идеальных прямых и кругов, то прямая соприкасается с окружностью во множестве точек. В.В. Целищев, анализируя методы софистов, аргументация которых стала прообразом европейского способа мышления и формальной логики, указывает, что «уже здесь присутствуют многие черты понятия доказательства, как оно представлено в современной математике – наименьшее число шагов, тонкость мышления, сила и слабость аргумента. Несколько столетий такой диалектической тренировки, очевидно, способствовали в немалой степени возникновению и кодификации дедуктивного метода в представлении его Евклидом. Естественно, что первое место в этом принадлежит собственно античной математике, но следует при этом заметить, что математика в те времена шла рука об руку с философией и логикой. Аксиоматический метод может считаться продуктом обеих традиций…» [10, с. 33].

Ученик Протагора Феодор Киренский и знаменитый софист Гиппий Элидский (ок. 420 г.до н.э.) занимались исследованиями высших кривых. Последнему приписывается открытие квадратрисы, которая была использована Диностратом (около 350 г. до н.э.) для решения задачи квадратуры круга. Феодор Киренский доказывал иррациональность квадратных корней неквадратных чисел, исходя, предположительно, из задачи деления отрезка в крайней и средней пропорции. Задача эта, впоследствии названная Леонардо да Винчи правилом «золотого сечения», встречается во второй, четвертой и шестой книгах «Начал» Евклида. После Евклида «золотым сечением» занимались Гипсикл (II век до н.э.), Папп (III в. н. э.), средневековые математики эпохи Возрождения в применении к архитектуре, математики XIX в. [7]. Ученик Феодора Киренского афинский ученый Тэетет исследовал рациональные квадраты с иррациональными сторонами. Он классифицировал все отрезки, производящие рациональные квадраты, и выяснил, какие из них соизмеримы, а какие – нет. Ему приписывают теорию иррациональных, изложенную в десятой книге «Начал» Евклида.

Таким образом, основными достижениями математики золотого века стали систематическое обоснование плоской геометрии, развитие теории чисел, определение площади круга и точной квадратуры луночек, развитие алгебры и ее геометризация, развитие стереометрии, постановка проблемы иррациональности.

Своей наивысшей точки развития математика и философия достигают в IV в., веке Платона и Аристотеля. На этом этапе, по Гегелю, «объективная мысль, идея оформляется в целое. Конкретная, определяющая себя в самой себе мысль представляет собою у Платона еще абстрактную идею, идею лишь в форме всеобщности, между тем как Аристотель понимает ее как определение самой себя, как идею в определении действительности или деятельности» [11, с. 197].

Великий афинский философ Платон внес существенный вклад в развитие логики как науки, выделив суждения как наименьшие логические единицы понятийного мышления. Суждения понимались как единство подлежащего и сказуемого, которые в современной математической логике трансформировались в предикат и аргумент. Будучи главой Академии, он придавал исключительное значение математической подготовке, считая, что занятия математикой подготавливают мышление к диалектике. Так, метод доказательства при помощи приведения к противоречию (абсурду), который философ постоянно использует в своих «Диалогах», был позаимствован из математики. Друзьями Платона, его учениками в области философии и учителями в области математики были Теэтет, Евдокс, Архит Тарентский. Н.

Бурбаки пишет: «Влияние математики не всегда явно, но сказывается, в сочинениях Платона… Можно сказать, что Платон был просто одержим математикой; не внося ничего нового в эту область, он с определенного периода своей жизни начинает изучать современных ему математиков и уже не перестает непосредственно интересоваться математикой вплоть до того, что предлагает новые направления исследований; в его трудах математика также постоянно используется в качестве иллюстрации или модели» [5, с. 11]. Развивая учение пифагорейцев, Платон ограничил значение числа, оно уже не есть сущность, а только путь к постижению сущности вещей, оно находится между мирами чувственного и сущего. Платон соединил и систематизировал различные области математического знания. Он обосновал пифагорейское представление о математическом фундаменте научного знания. Платон использовал геометрические средние для объяснения единства мира, а арифметическое и гармоническое средние – для определения «мировой души».

Пифагореец Архит Тарентский решил задачу об удвоении куба при помощи стереометрического построения, разработал арифметическую теорию непрерывных пропорций, внес значительный вклад в теорию несоизмеримых величин, начал систематическую разработку механики на математических основаниях. Б.Л. Ван дер Варден указывает на кинематичность его мышления, на введение им в геометрию механических методов и свободное владение принципом непрерывности [4].

Его ученик Евдокс Книдский внес вклад в разработку «метода исчерпывания» и учение о пропорциональности. Полагают, что чисто геометрическая теория отношений, изложенная в строгой аксиоматической форме в пятой книге «Начал» Евклида, принадлежит Евдоксу. Современная теория иррационального числа Дедекинда и Вейерштрасса, базируясь на современных математических методах, почти буквально следует ходу мысли Евдокса. «Метод исчерпывания», по Д.Я. Стройку, был ответом школы Платона Зенону. Сводя проблемы, где могли появиться бесконечно малые, к проблемам, решаемым средствами формальной логики, этот метод попросту обходил ловушки бесконечно малых [12]. Метод исчерпывания, логическая строгость которого оставалась непревзойденной в течение многих веков, содержал элементы предельного перехода и явился исторически первой формой метода пределов. «Евдокс впервые увеличил число так называемых общих теорем, к трем уже известным средним добавил еще три и продолжил начатые Платоном исследования о сечениях, пользуясь приемами анализа» [4, с. 125]. Его ученик Менехм открыл конические сечения, которые он использовал при решении делийской задачи.

Так как платоновско-пифагорейская аритмология не была формализована, методологической основой в европейской философской традиции стала аристотелевско-стоическая логика, рождение которой было ознаменовано построением первого формализованного исчисления силлогистики. Выработанные в процессе анализа отношений геометрических форм и алгебраических выражений приемы доказательства привели к мысли о доказуемости отношений между логическими структурами и о возможности распространения принципа дедукции на неформальные речевые высказывания. Согласно Бурбаки, Аристотель, будучи в свое время учеником Академии, не мог не усвоить требуемого минимума математических знаний. Выдержки из его трудов, касающиеся общеизвестных положений математики, составили целую книгу. Величайшая заслуга Аристотеля состоит в систематизации и кодифицировании неясных и несформулированных приемов рассуждения предшественников. Он утверждал, что любое корректное рассуждение об объекте можно свести к систематическому применению нескольких неизменных правил. Независимость от природы объекта выражается в обозначении понятий или высказываний с помощью букв, что, возможно, было заимствовано Аристотелем у математиков. При этом Аристотель сосредоточивает свое внимание почти исключительно на отношениях и логических рассуждениях особого вида (силлогизмах), а именно, на языке теории множеств, на отношениях принадлежности, непустого пересечения, их отрицания и сцепления этих отношений. Он четко разграничивает общие и частные высказывания. Дальнейшее развитие эта традиция получает в мегарской и стоической школах, в которых было основано «исчисление высказываний» в его современном значении [5].

В конце IV в. до н.э. вся математика обобщена и систематизирована в трудах последователя платонической школы Евклида. Значение этих трудов невозможно переоценить, они являются фундаментом практически всего современного школьного курса геометрии. Схема доказательства (метод рассуждений Евклида, как правило, синтетический), использовавшаяся в «Началах», стала традиционной и в наши дни считается образцом математического рассуждения. Научные исследования по математике, особенно элементарной, в значительной степени основаны на системе Евклида, логическая стройность которой оставалась непревзойденной в течение более чем двадцати веков. «Начала» на протяжении многих столетий служили классическим образцом математической строгости и последовательности, в них были заложены основы современного аксиоматического построения математических теорий.

Труды александрийского ученого Диофанта свидетельствуют о зарождении в математике поздней античности элементов алгебры и её символики. Величайший математик и физик Архимед вычислял длины кривых, площадей и объемов фигур посредством методов, которые предвосхитили анализ бесконечно малых. Им использовались методы интегральных сумм, дифференциальные методы, решались вариационные задачи. Через два тысячелетия его работы внесли свой вклад в создание интегрального и дифференциального исчислений. Механику он поднял до такого уровня, который был превзойден лишь через девятнадцать веков, во времена Галилея.

Таким образом, возникшие в контексте античного математического знания идеи тождественности мышления и бытия, универсальной закономерности мира, познаваемости мирового Логоса человеком с помощью адекватных ему средств рациональных рассуждений явились предпосылками рационального теоретического мышления. Именно зародившаяся в Греции и эллинистических странах математика как самостоятельная наука с присущими ей методами нахождения и установления истины (методы синтеза и анализа, индукции и дедукции, аналогии и доказательства «от противного», метод аксиом и др.), конструирования новых объектов и образования новых понятий (непрерывное и дискретное, конечное и бесконечное, покой и движение, пространство и время), явилась источником формирования классической рациональности.

Литература

1. *Свасьян К.А.* Становление европейской науки. М., 2002.
2. *Йолон П.Ф. и др.* Рациональность в науке и культуре. Киев, 1989.
3. *Кликс Ф.* Пробуждающееся мышление. У истоков человеческого интеллекта. М., 1983.
4. *Варден Б.Л. Ван дер.* Математика Древнего Египта, Вавилона и Греции // Государственное издательство физико-математической литературы. М., 1959.
5. *Бурбаки Н.* Очерки по истории математики. М., 1963.
6. *Целищев В.В.* Убедительность доказательства и рациональность мышления // Философия науки. 2006. № 3 (30).
7. *Кольман Э.* История математики в древности // Государственное издательство физико-математической литературы. М., 1961.
8. *Гайденко П. П.* История греческой философии в ее связи с наукой. М., 2000.
9. *Гайденко П.П.* Научная рациональность и философский разум. М., 2003.
10. *Целищев В.В.* «Вычислимость и доказательство // Философия науки. 2006. № 2 (29).
11. *Гегель Г.В.Ф.* Лекции по истории философии. В 3 кн. СПб, 1993. Кн. 1.
12. *Стройк Д.Я.* Краткий очерк истории математики. М., 1984.
13. *Автономова Н.С.* Рассудок. Разум. Рациональность. М., 1988.
14. *Рыбников К.А.*. История математики. М., 1974.

Северо-Кавказский
научный центр высшей школы ЮФУ ***15 февраля 2008 г.***